Kunkli Richárd 12.e

ALGEBRA

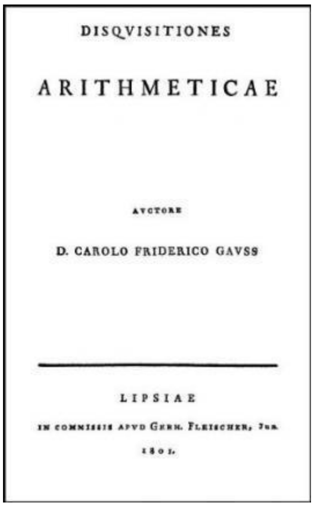
Az algebra a matematika egyik ága, melyet a matematikai műveletek általános tudományaként határozhatunk meg, amely betűkkel, mint általános számjegyekkel és az alapműveletek véges számú alkalmazásával oldja meg a feladatait.

1. **Alapfogalmak**
   - <u>alapműveletek</u>: összeadás, kivonás, szorzás, osztás
   - <u>polinóm</u>: olyan matematikai kifejezés, amelyek egy vagy több tagból állnak, melyek lehetnek változók, ismeretlenek, konstansok, és ezen tagok közt alapműveletek vannak (a polinóm tagjai egész kitevőkön is lehetnek)
   - <u>algebrai kifejezés</u>: olyan kifejezés, melyben számokat (együtthatók), betűket (változók), alapműveleteket (+, –, ·, :) véges sokszor alkalmazunk
   - <u>diofantoszi-egyenlet</u>: olyan egész együtthatós, általában többismeretlenes algebrai egyenlet, amelynek megoldásai az egész, ritkábban a természetes számok, illetve racionális számok

2. **Fejlődéstörténet**
   - A babiloni algebra eljutott bizonyos másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldásáig és ékírásuknak köszönhetően, ekkor már jelentkezett valamelyes algebrai jelrendszer és gondolkodásmód
   - Az első században már diofantoszi egyenleteket oldottak meg
   - Ugyancsak az első században már jelentkezett a lineáris egyenletrendszerek megoldására a mátrixoknak megfelelő megoldásmód Kínában

$$AB = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 9 & 12 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

   - Euklidész, egy görög matematikus, másod- és harmadfokú egyenleteket geometriai módon oldja meg
   - A hagyomány Diophantoszt tartja az algebra atyjának, bár jelenleg vita tárgya, hogy ez a cím nem al-Hvárizmit illeti-e.
   - A középkori arab matematikán belül az algebra fejlődéséhez megemlítendő Al-Hvárizmi és Ibn Turk neve, akik már bizonyították megoldásaikat
   - A 16. századtól beszélhetünk szimbolikus algebráról (Viète)
   - A 16. században Fibonacci és más olasz matematikusok is tudtak egymástól függetlenül általános harmadfokú egyenletek megoldani: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$
   - Még ebben az évszázadban általános megoldás született negyedfokú egyenletekre is
   - A 16. század utolsó harmadában megszületik a komplex gyök fogalma
   - A 17. század első harmadában használják először a kitevőket és az egyenlőséget megengedő relációkat
   - Megjelenik a determináns fogalma, majd 10 évvel később már használják is lineáris egyenletrendszerek megoldására mátrix segítségével (Leibnitz)
   - Megfogalmazódik a Cramer-szabály (lineáris egyenletrendszerek megoldására egy módszer)
   - Girard és Descartes után, akik bizonyítás nélkül mondták ki az algebra alaptételét, 1746-ban d'Alambert adott egy nem túl szabatos bizonyítást, amely szerint a komplex számkörben az n-ed fokú $p_n(x) = 0$ egyenletnek pontosan n gyöke van. E tételre az első valódi bizonyítást Gauss adta 1799-ben, de csak 1815-ben jelent meg a diktori disszertációjának nyomtatásában.


DISQVISITIONES

ARITHMETICAE

AVCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAVSS

LIPSIAE

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, IVN.

1801.

3. Az algebra alaptétele

Definíció: az (egyváltozós) komplex együtthatós polinomoknak van gyökük, sőt egy n-edfokú polinomnak pontosan n gyöke van

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a \qquad \text{ahol } a_n \neq 0$$

Tehát a tétel alapján létezik olyan n darab $x_0 \in \mathbb{C}$,
amelyre teljesül, hogy $p(x_0) = 0$

4. Alkalmazásai

- analízis, tehát függvények vizsgálatánál
- differenciálegyenletek
- lineáris egyenletrendszerek megoldása
- vektor-elmélet
- mozgások leírása
- transzformációk
- számítógép vektorgrafikus képkezelése és egyben a számítógépes képfeldolgozás
- elméleti fizikában a Hilbert-tér leírásának alapvető eszköze